

BSMAT - S602A(1)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, MARCH/APRIL - 2019

SIXTH SEMESTER

MATHEMATICS (CBCS Pattern)

Integral Transforms (Cluster Elective)

(w.e.f. 2015 - 16 Admitted Batch)

Time : 3 hours

Max. Marks : 75

SECTION - A

(5 × 5 = 25)

Answer any Five of the following

1. Solve $y''(t) + y(t) = t$ given that $y'(0) = 1$, $y(\pi) = 0$.
 $y'(0) = 1$, $y(\pi) = 0$ అయితే $y''(t) + y(t) = t$ ని సాధించుము.
2. Solve $(D^2 + 3D + 2)y = 0$, $y = y_0$ and $Dy = y_1$ at $t = 0$.
 $(D^2 + 3D + 2)y = 0$, $y = y_0$ మరియు $Dy = y_1$ ($t = 0$ వద్ద) సాధించుము.
3. If $y(x, t)$ is a function of x and t , prove that

a) $L\left\{\frac{\partial y}{\partial t}\right\} = p \bar{y}(x, p) - y(x, 0)$

b) $L\left\{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right\} = p^2 \bar{y}(x, p) - p y(x, 0) - y_t(x, 0)$

BSMAT - S602A(1)

$y(x, t)$ అనేది x మరియు t లలో ప్రమేయము అయితే

$$a) \quad L\left\{\frac{\partial y}{\partial t}\right\} = p \bar{y}(x, p) - y(x, 0)$$

$$b) \quad L\left\{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right\} = p^2 \bar{y}(x, p) - p y(x, 0) - y_t(x, 0)$$

నిరూపించుము.

4. Solve the integral equation

$$F(t) = a \sin t - 2 \int_0^t F(u) \cos(t-u) du$$

$$F(t) = a \sin t - 2 \int_0^t F(u) \cos(t-u) du$$

సమాకలన సమీకరణాన్ని సాధించుము.

5. Find the Fourier transform $f(x)$ if $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2\pi}}{2a}, & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2\pi}}{2a}, & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases} \text{ అయితే } f(x) \text{ నకు ఫారియర్ పరివర్తనంను}$$

కనుగొనుము.

S - 2193

[2]

BSMAT - S602A(1)

6. Find the cosine transform of the function of $f(x)$, if

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 < x < a \\ 0, & x > a \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 < x < a \\ 0, & x > a \end{cases} \text{ అయితే } f(x) \text{ నకు కొస్సైన్}$$

పరివర్తనమును కనుగొనుము.

7. Solve the integral equation $\int_0^\infty f(x) \cos \lambda x dx = e^{-\lambda}$.

$$\int_0^\infty f(x) \cos \lambda x dx = e^{-\lambda} \text{ సమాకలన సమీకరణాన్ని సాధించుము.}$$

8. Find the finite Fourier sine and cosine transform of $f(x) = 1$.

$f(x) = 1$ కి పరిమిత ఫారియర్ సైన్ మరియు కొస్సైన్ పరివర్తనంను కనుగొనుము.

SECTION - B (5 × 10 = 50)

Answer All of the following questions

9. Using Laplace transforms solve $(D^2 + 4D + 4)y = e^{-t}$ given that $y(0) = 0$ and $y'(0) = 1$.

S - 2193

[3]

[P.T.O.]

BSMAT - S602A(1)

లాప్లాస్ పరివర్తనంను ఉపయోగించి $(D^2 + 4D + 4)y = e^{-t}$ ని సాధించుము ఇక్కడ $y(0) = 0$ మరియు $y'(0) = 1$.

OR

10. Using Laplace transforms solve $ty'' + y' + 4ty = 0$ if $y(0) = 3, y'(0) = 0$

లాప్లాస్ పరివర్తనంను ఉపయోగించి $y(0) = 3, y'(0) = 0$ అయితే $ty'' + y' + 4ty = 0$ ని సాధించుము.

11. Using Laplace transforms solve $(D^2 - 3)x - 4y = 0, x + (D^2 + 1)y = 0, t > 0$ if $x = y = Dy = 0, Dx = 2$.

లాప్లాస్ పరివర్తనం ఉపయోగించి $(D^2 - 3)x - 4y = 0, x + (D^2 + 1)y = 0, t > 0$ మరియు $x = y = Dy = 0, Dx = 2$ ని సాధించుము.

OR

12. Solve $\frac{\partial y}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ where $y(0, t) = 0 = y(5, t)$ and $y(x, 0) = 10 \sin 4\pi x$

S - 2193

[4]

BSMAT - S602A(1)

$y(0, t) = 0 = y(5, t)$ మరియు $y(x, 0) = 10 \sin 4\pi x$ అయితే

$\frac{\partial y}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ ని సాధించుము.

13. Solve the integral equation $\int_0^t \frac{F(u)du}{(t-u)^{1/3}} = t(1+t)$

$\int_0^t \frac{F(u)du}{(t-u)^{1/3}} = t(1+t)$ సమాకలన సమీకరణాన్ని సాధించుము.

OR

14. Solve the integral equation

$F(t) = 1 + \int_0^t F(u) \sin(t-u) du$ and verify your solution.

$F(t) = 1 + \int_0^t F(u) \sin(t-u) du$ సమాకలన సమీకరణాన్ని సాధించి సమాధానాన్ని సరిచూడుము.

S - 2193

[5]

[P.T.O.]

BSMAT - S602A(1)

15. Find the Fourier transform of $f(x)$ defined by

$$f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases} \quad \text{and hence evaluate}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin pa \cos px}{p} dp \quad \text{and} \quad \int_0^{\infty} \frac{\sin p}{p} dp$$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases} \quad \text{అయితే } f(x) \text{ నకు ఫారియర్ పరివర్తనను}$$

$$\text{కనుగొనుము. తద్వారా } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin pa \cos px}{p} dp \quad \text{మరియు}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin p}{p} dp \quad \text{ని గణించుము.}$$

OR

16. Show that the Fourier transform of $f(x) = e^{-x^2/2}$ is

$$e^{-p^2/2}.$$

$$f(x) = e^{-x^2/2} \text{ నకు ఫారియర్ పరివర్తనము } e^{-p^2/2} \text{ అని చూపుము.}$$

BSMAT - S602A(1)

17. State and prove Parseval's identity.

పార్సెవల్ సమానతను నిర్వచించి నిరూపించుము.

OR

18. Find the finite Fourier sine and cosine transforms of the function $f(x) = 2x, 0 < x < 4$.

$f(x) = 2x, 0 < x < 4$ ప్రమేయానికి పరిమిత ఫోరియర్ సైన్ మరియు కొస్టైన్ పరివర్తనను కనుగొనుము.

